GUÍA PARA EL CÁLCULO DE TORRES SOPORTE DE ANTENAS

Las torres formadas por estructuras metálicas en su casi totalidad, llevan una cimentación de hormigón que ayuda a contrarrestar las fuerzas exteriores que tienden a provocar el vuelco de la torre. De todos los métodos utilizados para calcular las cimentaciones de las torres, el más comúnmente utilizado es el método de Sulzberger, y es que el que exponemos seguidamente.

Para calcular las dimensiones de la cimentación de una torre, lo primero que deberemos conocer es el momento de vuelco de la torre, el cual viene determinado por la fórmula:

$$M_v = F\,(L + 2/3\, h)$$

donde:

M_v es el momento de vuelco de las fuerzas exteriores expresado en toneladas x metro.
F es la fuerza horizontal resultante que actúa sobre la torre en toneladas.
L es la altura sobre el terreno, hasta el punto de aplicación de F, en metros.
h es la profundidad de la cimentación en metros.

(Ver Fig.1)

Este momento de vuelco debemos contrarrestarlo con la suma del momento estabilizador del terreno **M_1**, y del momento estabilizador del bloque de hormigón de la cimentación más el peso propio de la torre **M_2**

El momento estabilizador del terreno podemos calcularlo mediante la fórmula:

$$M_1 = 10^3\, C_h\, \mathrm{tag}\,\alpha\;\; a\;\; h^3 \;/\; 36$$

en la que:

M_1 es el momento estabilizador del terreno expresado en toneladas x metro.
C_h es el coeficiente de compresibilidad a la profundidad "h".
tag α es la tangente del ángulo de giro de la cimentación.
a es el lado de la base de la cimentación en metros (se supone cuadrada).
h es la profundidad de la cimentación en metros.

(Ver Fig. 2)

El coeficiente de compresibilidad C_h se suele dar en función del coeficiente de compresibilidad a 2 m de profundidad "K", y teniendo en cuenta la proporcionalidad de este coeficiente con la profundidad, mediante la siguiente expresión:

$$C_h = K\, h / 2$$

Por otra parte el ángulo de giro de la cimentación no deberá tener una tangente superior a 0,01.

Sustituyendo estos valores en la fórmula general, tendremos:

$M_1 = 0.139\ K\ a\ h^4$

El valor de K en función del tipo de terreno es:

K = 20 kg/cm^3 para terrenos fuertes.
K = 10 kg/cm^3 para terrenos normales.
K = 5 kg/cm^3 para terrenos flojos.

El momento estabilizador del bloque de hormigón de la cimentación y el peso propio de la torrre es:

$M_2 = 0.4\ a\ (P_{ciment} + P_{torre})$

donde:

M_2 es el momento de las cargas verticales estabilizadoras en toneladas x metro.
P_{ciment} es el peso de la cimentación en toneladas.
P_{torre} es el peso de la torre en toneladas.
a es el lado de la base de la cimentación en metros.

Esta fórmula podemos ponerla en función del volumen de la cimentación "h a^{2}", ya que si tenemos presente que la densidad del hormigón es 2,2 Tn/m^3, podremos poner

$M_2 = 0.4\ a\ (P_{ciment} + P_{torre}) = 0.4\ a\ (2.2\ h\ a^2 + P_{torre}) = 0.88\ h\ a^3 + 0.4\ a\ P_{torre}$

Como ya hemos expuesto, el momento de vuelco debe ser contrarrestado con el momento estabilizador del terreno y con el momento estabilizador del bloque de hormigón y de la torre, por lo tanto,

$M_v \leq M_1 + M_2$

teniendo en cuenta un cierto coeficiente de seguridad "n" que no deberá ser inferior a 1,5 tendremos que

$M_v = (M_1 + M_2) / n$

por lo tanto

$F\ (L + 2/3\ h) = (0.139\ K\ h^4\ a + 0.88\ h\ a^3 + 0.4\ a\ P_{torre}) / n$

Una vez conozcamos los valores de la fuerza F y su punto de aplicación, las incógnitas en esta fórmula son dos "h" y "a", por lo tanto podemos asegurar que hay infinitas soluciones posibles pero, no obstante, las soluciones prácticas pueden quedar limitadas a una serie de resultados lógicos, todas ellas teóricamente válidas.

Para resolver esta ecuación debemos fijar un valor de “h” (normalmente entre 2 y 3 metros) y llegaremos a una ecuación de tercer grado en “a”, que nos permite calcular su valor.

Entre el fondo de la cimentación y el final de la torre existe una distancia llamada "solera base" que suele ser del orden de 0,2 metros para terrenos flojos, 0,10 metros para terrenos normales y 0,05 metros para terrenos fuertes. Por lo general este valor tiene escasa influencia en el cálculo de los apoyos, por lo que en algunas ocasiones podrá despreciarse.

En el caso de torres soporte de antenas existirán dos fuerzas que actuarán sobre la misma tendiendo a provocar su vuelco, F_1 que es originada por la presión del viento sobre los paneles emisores/receptores, y F_2 que es la originada por la presión del viento sobre la estructura de la torre.

La presión del viento sobre una estructura se puede calcular por la fórmula de Loss:

$$P = 0{,}0048\, v^2 \ \text{Kg} / \text{m}^2 \text{, donde v está en Km / h}$$

que para v = 150 Km / h , que es el peor caso, nos da una presión $P = 108 \text{ Kg} / \text{m}^2$

Si la superficie que presenta al viento los paneles emisores/receptores es S_1, la fuerza sobre ellos será

$F_1 = P \cdot S_1$

Si la superficie que presenta al viento la estructura de la torre es S_2, la fuerza sobre ella será

$F_2 = P \cdot S_2$

En el caso de que los elementos que constituyen la torre tengan forma cilíndrica, se puede multiplicar los valores de superficie obtenidos por el factor 0,6.

Aplicamos ahora la fórmula para el cálculo de la cimentación

$F (L + 2/3\, h) = (0.139\, K h^4 a + 0.88\, h a^3 + 0.4\, a P_{torre}) / n$

En la que el momento de vuelco es el debido a las dos fuerzas F_1 y F_2 y por tanto

$F_1 (L_1 + 2/3\, h) + F_2 (L_2 + 2/3\, h) = (0.139\, K h^4 a + 0.88\, h a^3 + 0.4\, a P_{torre}) / n$ (1)

donde:

L_1 y L_2 son las distancias en metros, desde la superficie del terreno hasta los puntos de aplicación de las fuerzas F_1 y F_2

F_1, F_2, y P_{torre} se expresarán en toneladas

$K = 10 \text{ Kg/cm}^3$ para suelo normal

Se toma un coeficiente de seguridad n igual a 1.5

En esta fórmula, como se ha indicado, deberemos dar un valor a “h” que nos permitirá obtener el valor de “a”.

Por otra parte, para elegir la torre debe comprobarse que el momento flector en la base de la torre, que producen las dos fuerzas F_1 y F_2, es inferior al momento flector máximo que puede soportar.

Conociendo los valores de las fuerzas aplicadas F_1 y F_2 , y las distancias desde la superficie del terreno hasta sus puntos de aplicación, se calcula el momento flector en la base de la torre, que será

$F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2$

A veces los fabricantes en vez de dar el valor del momento flector máximo que puede soportar una torre en la base, dan el valor de la fuerza máxima en “punta” que es capaz de soportar, con lo que deberemos obtener el valor de la fuerza equivalente en “punta” para comparar con el dado por el fabricante y poder asegurarnos que no se supera.

En el ejemplo que sigue a continuación se indica el procedimiento.

ANEXO

Para realizar los cálculos anteriores es necesario resolver una ecuación de tercer grado en a. Aunque hay un método general para obtener las raíces de las ecuaciones de tercer grado, existe otro método de obtenerlas de una forma simplificada cuando la ecuación es del tipo $x^3 + mx = n$

El método para resolver estas ecuaciones se llama método de Cardano, pues se atribuye a Girolamo Cardano (1501-1576) su descubrimiento.

El método es el siguiente:

Hacemos

$t - u = n$

$t \cdot u = (m / 3)^3$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, obtendremos los valores de t y de u.

El valor de x se obtiene de $x = (t)^{1/3} - (u)^{1/3}$ (2)

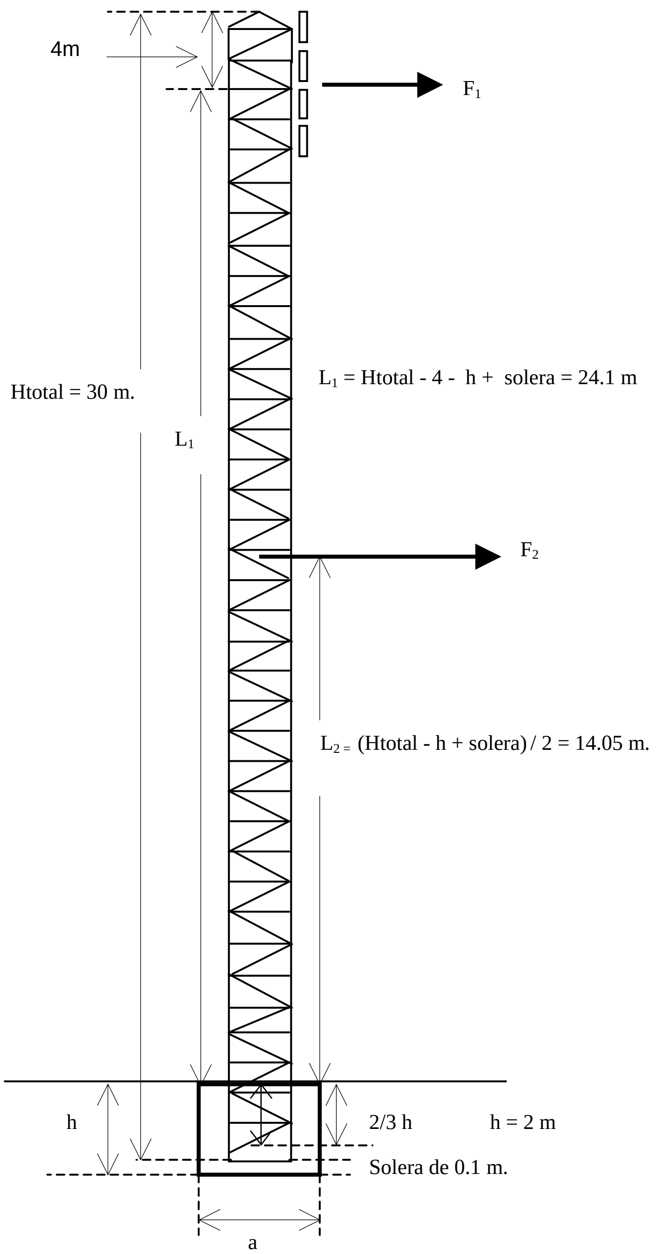


Figura 1
Esquema de la torre

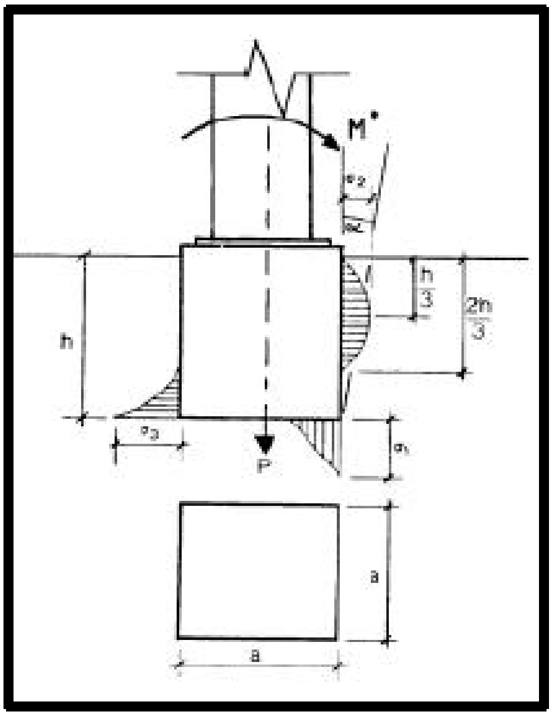


Figura 2. Detalle de la cimentación

EJEMPLO

Supongamos que necesitamos una torre de altura total H_T= 30 m, en la que debemos instalar cuatro dipolos, compuestos por varillas de 6 mm, según la Fig. 3:

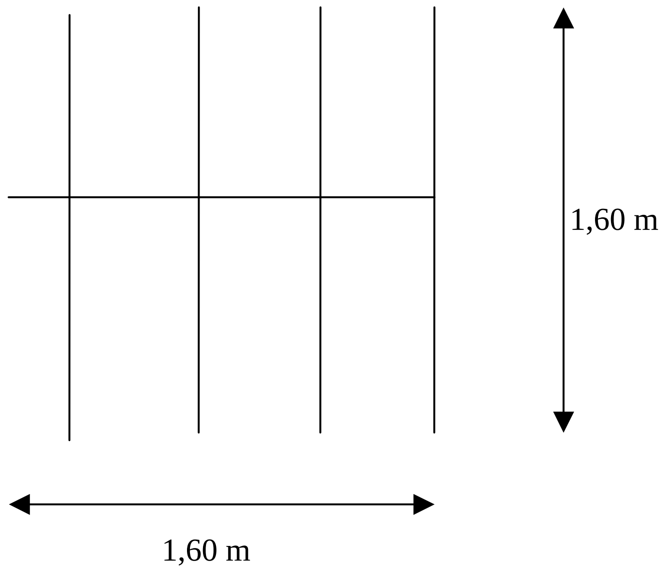


Figura 3. Antena de 4 dipolos con varillas de 6 mm

En primer lugar calculamos las fuerzas F_1 y F_2 que produce el viento sobre los dipolos y sobre la estructura de la torre.

La superficie que presenta al viento los dipolos es:

$S_1 = 4 \cdot 4 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}006 = 0{,}15\ m^2$

Puesto que la presión del viento para una velocidad de 150 Km/h, según la fórmula de Loss es:

$P = 108\ Kg/m^2$,

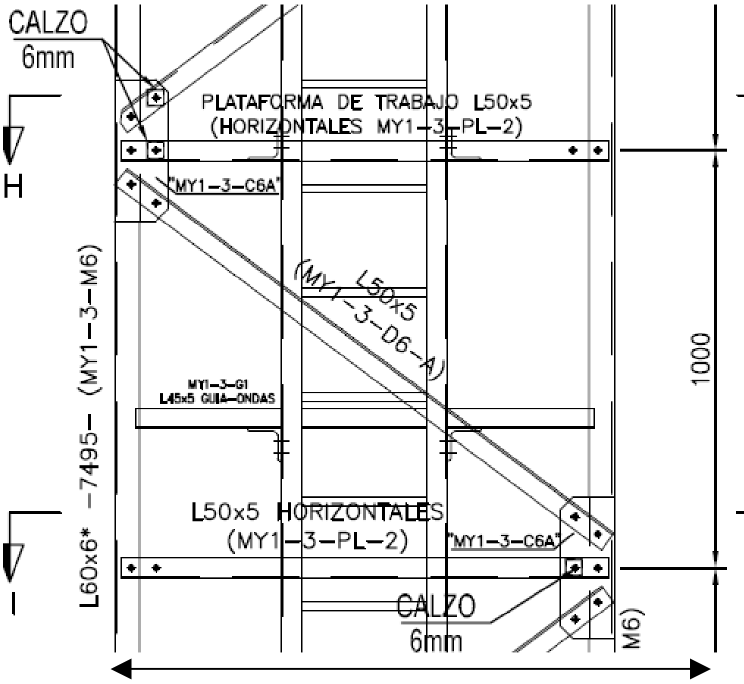
la fuerza del viento sobre los dipolos será:

$F_1 = P \cdot S_1 = 16{,}2\ Kg$

La estructura de la torre se compone de 30 tramos de altura 1 m, como el representado en la figura 4.

La superficie que presenta al viento la estructura, para una altura de 30 m, es aproximadamente

$S_2 = 15{,}5\ m^2$.



1200 mm

Fig. 4. Detalle de la estructura de la torre (Cortesía de ANTENAS MOYANO)

y por tanto para una velocidad del viento de 150 Km/h, la fuerza del viento sobre la estructura de la torre será:

$F_2 = P \cdot S_2 = 1674$ Kg.

Dado que la distancia desde la superficie del terreno hasta el punto de aplicación de la fuerza F_1 del viento sobre los dipolos es $L_1 = 24.1$ m, y que la distancia desde la superficie del terreno hasta el punto de aplicación de la fuerza F_2 del viento sobre la torre es $L_2 = 14{,}05$ m , el momento flector resultante sobre la base de la torre es

$F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2$

que es igual al que ejercería una fuerza F aplicada en "punta" de la torre de valor

$F = (F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2) / (H – h + \text{solera})$

Sustituyendo valores, y fijando el valor de h = 2 metros y el valor de solera en 0.1 metro se obtiene que

F = 851 Kg.

A continuación se verifica que la torre que hemos elegido, de acuerdo a la información facilitada por el fabricante, soporta esta fuerza en "punta", que es el valor dado habitualmente por los fabricantes de torres.

Una vez hemos verificado que la torre elegida soportará los esfuerzos a los que podrá estar sometida, pasamos a calcular la cimentación aplicando la fórmula (1)

F_1 (L_1 + 2/3 h) + F_2 (L_2 + 2/3 h) = (0.139 K h^4 a + 0.88 h a^3 + 0.4 a P_{torre}) / n

en la que :

Profundidad elegida de la cimentación h = 2 m, y espesor de la solera: 0,1 m

Factor de seguridad aplicado n = 1,5

Coeficiente de compresibilidad del terreno a 2 m de profundidad K = 10 Kg/cm^3

Peso de la torre: 1 Tm

L_1 = 24.1 m, L_2= 14,05 m

F_1 = 16.2·10^{-3} Tm , F_2 = 1.67 Tm

Sustituyendo estos valores se obtiene la siguiente ecuación

$$a^3 + 12.86 \cdot a = 22.24$$

donde

m = 12.86
n = 22.24

Haciendo

t – u = 22.24
t·u = $(12.86/3)^3$

se obtiene la ecuación

t^2 – 22.24 t – 78.77 = 0

cuya solución positiva es: t = 25.35

lo que da un valor u = 3.11

Aplicando la fórmula (2) para t = 25.35 y u = 3.11 se obtiene

a = $(t)^{1/3} – (u)^{1/3}$ = 1.48 metros